WOCHENBLATT

FÜR

ARCHITEKTEN UND INGENIEURE.

Verkündigungsblatt des Verbandes Deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine.

Organ des ostpreussischen Architekten- und Ingenieur-Vereins.

Unter Mitwirkung

von Mitgliedern des Architekten-Vereins zu Berlin

herausgegeben

von

Friedrich Scheck,

Regierungs-Baumeister und Deichinspector.

Sechster Jahrgang.

BERLIN 1884.

Commissionsverlag von Julius Springer.

N., Monbijouplatz 3.

Baarbestand im Abschluss der Rechnung am 31. December 1883 . . . . Mk. 2260.68 neben 1000 Mk. in 4procent. preuss. consolidirter Rente.

Auf Antrag des Herrn Funk werden die Herren Kahl, Schübler und Sarrazin ersucht, die Revision der Rechnung vorzunehmen.

No. 6. Typische Wohnhausformen.

Referent: Mittelrheinischer Architekten- und Ingenieurverein, vergl. No. 14 der Tagesordnung der XII. Abgeordneten-Versammlung.

Herr Dr. Schaeffer referirt, dass die Commission des mittelrheinischen Vereins bei der Abneigung der Mehrzahl der Vereine, an der Erledigung dieser Arbeit mitzuwirken, es abgelehnt habe, in der Sache weiter zu arbeiten. Der Verein konnte deshalb auch nicht die ihm übertragene Anweisung an die Einzelvereine in Betreff der weiteren Behandlung der Sache ausarbeiten.

Herr Garbe erklärt sich Namens des Hannöverschen Vereins bereit, die Zeitschrift desselben für die Verwerthung des Materials zur Verfügung zu stellen.

Auf Antrag des Vorsitzenden beschliesst die Versammlung nunmehr den Architekten- und Ingenieur-Verein zu Hannover mit der Ausarbeitung einer Anweisung an die Einzelvereine

„über die Art der Behandlung, die Auswahl und den Umfang des einzusendenden Materials“

zu beauftragen.

Herr Kahl referirt Namens der Revisions-Commission, dass die Abrechnung in Ordnung befunden sei. —

Auf Antrag des Vorsitzenden wird hierauf von Seiten der Versammlung Decharge ertheilt. —

Der Vorsitzende weist darauf hin, dass zunächst die Wahl von sieben Personen für die Commission zur Behandlung der Anleitung für das Entwerfen von Eisenconstructionen vorzunehmen sei.

Es werden gewählt die Herrn:

Fraenkel-Dresden,
Winkler-Berlin,
Gerber-München,
Schaeffer-Darmstadt,
Weyrauch-Stuttgart,
Haeseler-Braunschweig,
Koepke-Dresden

und als Ersatzmänner die Herren

Fritzsche-Dresden,
Erhardt-Dresden und
Schübler-Strassburg.

Den Vorsitz in dieser Commission wird Herr Fraenkel führen. Der Vorstand ist ersucht, den Erwählten Mittheilung von der auf sie gefallenen Wahl zu machen und Herrn Fraenkel Anzeige von einer etwaigen Ablehnung zu erstatten.

(Fortsetzung folgt.)

Bedingungsgleichungen für statisch unbestimmte Körper. Berechnung der Formänderungen.

Von Heinr. Müller-Breslau, Docent an der technischen Hochschule zu Hannover.

Die vorliegende Abhandlung enthält eine einfachere Herleitung derjenigen zuerst von Castigliano und Fränkel aufgestellten, sodann von Melan und vom Verfasser erweiterten Gesetze, welche sich auf solche isotrope, feste Körper beziehen, welche sich auf solche isotrope, feste Körper beziehen, deren elastische Formänderungen als unendlich kleine Grössen aufgefasst werden dürfen. Vorher soll gezeigt werden, wie diese Bedingungsgleichungen sich auch für den Fall sehr übersichtlich aufstellen lassen, dass die bei festen Körpern innerhalb der Elasticitätsgrenze zwischen den Spannungen und Formänderungen auf Grund der Erfahrung angenommenen Beziehungen nicht stattfinden. Die Beschränkung auf unendlich kleine Verschiebungen bleibt bestehen.

§ 1. Beliebiger Körper. Auf einen in Bezug auf die Stützung statisch bestimmten Körper oder einen Theil eines solchen Körpers mögen beliebige äussere Kräfte R wirken, welche sowohl für sich allein als auch mit den im Innern des Körpers hervorgerufenen Spannungen im Gleichgewichte sind. Die elastischen Verrückungen der Angriffspunkte der Kräfte R im Sinne der R seien δ. An der Stelle x, y, z des auf rechtwinklige Coordi-

In einem zweiten Saale stellten aus: Wittmann & Stahl in Stuttgart eine grosse Reihe von Wohlthätigkeitsinstituten, die von ihnen als Specialfach gepflegt werden, wie die Kinderrettungsanstalt „Karlshöhe“ bei Ludwigsburg, Lehrerbildungsanstalt Tempelhof, das Brüderhaus in Reutlingen, die evangelische Diakonissenanstalt in Stuttgart, Krankenasyl in Gmünd, Frauenstift in Schorndorf, Gesellenherberge in Stuttgart. Von Oberbaurath von Tritschler rühren die Entwürfe zum Polytechnicum in Stuttgart her und ebenso die Pläne der württembergischen Hypothekenbank. An eine grössere Zahl von Militairbauten (von Schneider, Holch u. A.) schliessen sich an Skizzen bezw. Aufnahmen und Concurrenzen von Hofbaurath Bayer, Fr. Morlok (farbige Decorationen von Kirchen), Robert Reinhardt (Kirchen in Spaichingen, Kemnitz und Winsheim), von demselben Entwurf zur Herstellung des Rathhauses in Heilbronn, von de Pay (Sigmaringen) ein Mausoleum für das fürstliche Haus Hohenzollern vermittelst Umbau der Hedinger Kirche, ein origineller Entwurf, der im Auftrage des Erbprinzen von Hohenzollern bearbeitet wurde. Eine besondere Rührigkeit entwickeln die durch ihren Reichstagsentwurf bekannten Architekten Eisenlohr & Weigle, die ein Hautt-Denkmal für Heilbronn, ein Wüste-Denkmal, einen Aussichtsthurm und andere ansprechende Arbeiten ausstellten, neben denen u. A. die Bibliothek von Oberbaurath von Landauer, italienische Aufnahmen von Hugo Peter und mehrere brillante Zeichnungen von Lambert & Stahl erwähnt sein mögen. — Die Bereitwilligkeit, mit welcher vorwiegend süddeutsche Architekten und Ingenieure die vorbereitenden Arbeiten des Comités für die Ausstellung unterstützt haben, verdient besonders noch anerkannt zu werden, weil ausser der Besichtigung durch die Theilnehmer der Generalversammlung eine andere Genugthuung nicht erwartet werden kann. Leider war auch diesmal das Programm, das dem Verbandstage zu Grunde lag, ein so reiches und ausgedehntes, dass gewiss mancher Besucher bedauert haben wird, nur kurze Zeit in den Räumen der Ausstellungssäle haben weilen zu können.

Nach diesem Ueberblick ist noch der Gastlichkeit zu gedenken, mit welcher die Stadtgartengesellschaft, der Liederkranz und die Museumsgesellschaft den deutschen Fachgenossen täglich ihre Anlagen, Gärten und Säle zu geselliger Vereinigung zur Verfügung stellten. In der von Leins erbauten Liederhalle fand am Dinstag den 26. das gemeinsame Festessen statt, an welchem über 400 Herren und Damen theilnahmen. Den officiellen Toasten folgte eine Reihe zu Herzen gehender Ansprachen, unter denen diejenigen von Oberbaurath Leibbrand, Oberbaurath Schmidt-Berlin und Oberbaurath von Leins von wahrhafter zündender Wirkung waren. Schmidt's Alles mit sich hinreissende Rednergabe drang auch hier gewaltsam durch; sein Gruss aus Oesterreich begeisterte die ganze Versammlung. Hier gerade empfand man es abermals schmerzlich, dass aus der deutschen Kaiserstadt an der Spree kein Meister sich dem Wiener Gaste zur Seite stellte. Deutsche Baukunst wurde gefeiert in ihrer Schönheit und in ihrer Eigenart, die gleich der deutschen Sprache nur auf dem Boden unserer Heimath blühen kann!

Aus der Präsenzliste die kurz vor dem Festessen zur Vertheilung gelangte, erwähnen wir noch ergänzend Dombaumeister Tornow aus Metz, Friedrich Thiersch aus München, Professor Laissle-Stuttgart, Professor Landsberg-Darmstadt, Heinrich Müller-Breslau aus Hannover, Architekt Neher-Frankfurt, Oberingenieur Lauter-Frankfurt, G. Otthoff-Oldenburg, Architekt Robert Reinhardt-Stuttgart, Otto Götze-Hannover, Weigle-Stuttgart, Professor Weyrauch-Stuttgart, Otto Thienemann-Wien, Professor Tafel-Stuttgart, Professor Wagner-Stuttgart, Regierungsrath Loenartz-Gumbinnen, Oberbaurath von Morlok-Stuttgart.

naten bezogenen Körpers entstehen die Normalspannungen $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$, die Schubspannungen τ_x, τ_y, τ_z, die Dehnungen $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ und die Schiebungen $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$.*) Der Inhalt des Körperelementes ist $dV = dx\,dy\,dz$.

Bei verschwindend kleinen oder mit hinreichender Genauigkeit als verschwindend klein anzunehmenden δ, ε und γ ist nach dem Satze von den virtuellen Verschiebungen die virtuelle Arbeit der äusseren Kräfte gleich der virtuellen Arbeit der inneren Kräfte; es folgt die wichtige Beziehung:

$$1)\quad \begin{aligned} &R_1\delta_1 + R_2\delta_2 + \ldots + R_m\delta_m \ldots \\ &= \int (\varepsilon_x\sigma_x + \varepsilon_y\sigma_y + \varepsilon_z\sigma_z + \gamma_x\tau_x + \gamma_y\tau_y + \gamma_z\tau_z)\,dV,^{**}) \end{aligned}$$

in welcher unter $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_m \ldots \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ die als Constanten aufzufassenden Endwerthe der Verrückungen, Dehnungen und Schiebungen verstanden werden sollen.

Im Allgemeinen ist die Formänderung eines Körpers einem Zwange unterworfen, indem gewisse Punkte an vorgeschriebene Bewegungen gebunden werden, theils durch die Berührung mit anderen elastischen Körpern, deren Formänderungen gegeben sind, theils dadurch, dass der Rauhigkeitsgrad von aufeinander reibenden Theilen bestimmten Forderungen unterstellt werden kann. Aus diesem Grunde lassen sich die äusseren Kräfte R in zwei Gruppen sondern, deren einer diejenigen Kräfte angehören, deren entsprechende δ gewissen Bedingungen zu genügen haben, und welche wir kurz die bedingten äusseren Kräfte nennen wollen, während die andere Gruppe alle die Kräfte umfasst, deren δ solche Bedingungen nicht zu erfüllen brauchen und welche deshalb die nicht bedingten äusseren Kräfte heissen mögen. Für die Kräfte der ersten Gruppe wählen wir, sobald eine Unterscheidung geboten ist, das Zeichen $R = X$, für die der zweiten das Zeichen $R = P$. Nennen wir noch die den Kräften X und P entsprechenden δ beziehungsweise δ_x und δ_p, so erhalten wir:

$$2)\quad X_1\delta_{x1} + X_2\delta_{x2} + \ldots + X_m\delta_{xm} + \ldots + P_1\delta_{p1} + P_2\delta_{p2} + \ldots + P_p\delta_{pm} + \ldots = A_v,$$

wobei

$$3)\quad A_v = \int (\varepsilon_x\sigma_x + \varepsilon_y\sigma_y + \varepsilon_z\sigma_z + \gamma_x\tau_x + \gamma_y\tau_y + \gamma_z\tau_z)\,dV$$

die virtuelle Arbeit der inneren Kräfte bedeutet.

Indem die Gleichung 2 in allgemeinster Weise die Beziehungen zwischen den äusseren Verrückungen δ und den inneren Formänderungen ε und γ kennzeichnet, sind in ihr alle auf der linken Seite stehende Kräfte als unabhängige Veränderliche aufzufassen. Die theilweise Differentiation der Gl. 2 nach irgend einer der Kräfte P oder X, z. B. nach P_m bezieh. X_m führt zu

$$4)\quad \delta_{pm} = \frac{\partial A_v}{\partial P_m} \quad \text{bezieh.} \quad \delta_{xm} = \frac{\partial A_v}{\partial X_m},$$

wofür ganz allgemein geschrieben werden möge:

$$5)\quad \delta_m = \frac{\delta A_v}{\delta R_m} = \int \left(\varepsilon_x \frac{\partial \sigma_x}{\partial R_m} + \varepsilon_y \frac{\partial \sigma_y}{\partial R_m} + \varepsilon_z \frac{\partial \sigma_z}{\partial R_m} + \gamma_x \frac{\partial \tau_x}{\partial R_m} + \gamma_y \frac{\partial \tau_y}{\partial R_m} + \gamma_z \frac{\partial \tau_z}{\partial R_m} \right) dV$$

Es ergiebt sich der Satz:

> Die Verschiebung des Angriffspunktes einer äusseren Kraft R_m im Sinne von R_m ist gleich der nach R_m gebildeten theilweisen Abgeleiteten der virtuellen Arbeit der inneren Kräfte.

Die theilweise Differentiation der Gleich. 2 nach einer statisch nicht bestimmbaren inneren Kraft oder nach einem durch einen festen Stützpunkt gehenden Auflagerwiderstand liefert, wenn für diese Kräfte das Zeichen Y gewählt wird, das Gesetz:

$$6)\quad 0 = \frac{\partial A_v}{\partial Y} = \int \left(\varepsilon_x \frac{\partial \sigma_x}{\partial Y} + \varepsilon_y \frac{\partial \sigma_y}{\partial Y} + \varepsilon_z \frac{\partial \sigma_z}{\partial Y} + \gamma_x \frac{\partial \tau_x}{\partial Y} + \gamma_y \frac{\partial \tau_y}{\partial Y} + \gamma_z \frac{\partial \tau_z}{\partial Y} \right) dV.$$

Mit Hilfe der beiden hier ausgesprochenen Gesetze ist man im Stande, für jeden Körper, der in Bezug auf die äusseren Kräfte n_x-fach, in Bezug auf die inneren Kräfte n_y-fach, im Ganzen also $(n_x + n_y)$-fach statisch unbestimmt ist, durch n_x-maliges Anwenden der Gleich. 5 und n_y-maliges Anwenden der Gleich. 6 die zur Bestimmung der statisch unbestimmten Grössen erforderlichen Gleichungen zu gewinnen, vorausgesetzt, dass die Werthe δ, ε und γ so klein sind, dass ihre zweiten und höheren Potenzen vernachlässigt werden dürfen. Weiter ermöglicht die Gleichung $\delta_{pm} = \frac{\partial A_v}{\partial P_m}$ die Berechnung der Verrückungen δ sämmtlicher Punkte des Körpers. Handelt es sich hierbei um die Verrückung eines Punktes k, in welchem keine äussere Kraft angreift, so fügt man in der Richtung der gesuchten Verrückung eine Kraft P_k hinzu und setzt nachträglich $P_k = o$.

Wir erläutern das vorhin über die Scheidung der äusseren Kräfte in bedingte und nicht bedingte Kräfte Gesagte noch durch die Bemerkung, dass die Reibungswiderstände je nach den Umständen zu den Kräften X oder P zu rechnen sind.

Besitzt z. B. ein Brückenträger ein Gleitlager, dessen Verschiebung an keinerlei Bedingung gebunden ist, so gehört der Reibungswiderstand W zu den Kräften P. Wäre hingegen die Forderung gestellt, der Rauhigkeitsgrad der Lagerfläche soll ein solcher sein, dass eine ganz bestimmte Verschiebung δ_x des Lagers (welche auch $= o$ sein kann) stattfindet, so wäre W zu den Kräften X zu zählen; es müsste W mit Hilfe der für den Körper aufzustellenden Elasticitätsgleichungen berechnet und nach Ermittelung aller äusseren Kräfte $= \mu B$ gesetzt werden, unter B den Normal-Druck auf das Lager und unter μ den Reibungscoefficienten verstanden. Mit Hilfe der Beziehung $\mu = \frac{W}{B}$ könnte man schliesslich das Gleitlager entsprechend ausbilden. In ähnlicher Weise sind nöthigenfalls die Reibungswiderstände in den Gelenken der Fachwerkstäbe zu beurtheilen. Soll sich der Gelenkbolzen gegen sein Lager um einen vorgeschriebenen Winkel drehen, so ist der Reibungswiderstand der Gruppe der bedingten Kräfte zu überweisen, wobei wiederum der Fall $\delta_x = o$ nicht nur möglich, sondern sogar recht häufig ist.

§ 2. Der isotrope feste Körper. Geht man von einem spannungslosen Anfangszustande aus, und bezeichnet für die Stelle x, y, z mit t den Unterschied zwischen der augenblicklichen Temperatur und der Anfangstemperatur, mit α die Dehnung für $t = 1$ und mit m den Coefficienten der Querdehnung (nach der Moleculartheorie $= 4$, in Wirklichkeit $= 3$ bis 4), so folgen die Dehnungen und Schiebungen innerhalb der Elasticitätsgrenze den Gesetzen:

$$7)\quad \left\{ \begin{aligned} E\varepsilon_x &= \sigma_x - \frac{1}{m}(\sigma_y + \sigma_z) + \alpha t, \\ E\varepsilon_y &= \sigma_y - \frac{1}{m}(\sigma_z + \sigma_x) + \alpha t, \\ E\varepsilon_z &= \sigma_z - \frac{1}{m}(\sigma_x + \sigma_y) + \alpha t, \\ G\tau_x &= \gamma_x, \quad G\tau_y = \gamma_y, \quad G\tau_z = \gamma_z \end{aligned} \right.$$

wobei

$E =$ Modul der Normalelasticität,

$G =$ „ „ Schubelasticität $\left(G = \frac{2}{m+1}E\right)$.

Die Formänderungsarbeit A ist für den Zustand $t = o$ und bei von Null bis zu ihren Endwerthen wachsenden σ, τ, ε, γ durch die Gleichung gegeben,

$$8)\quad dA = \int (\sigma_x d\varepsilon_x + \sigma_y d\varepsilon_y + \sigma_z d\varepsilon_z + \tau_x d\gamma_x + \tau_y d\gamma_y + \tau_z d\gamma_z)\,dV,$$

und diese lässt sich mit Beachtung der Gleichungen 7 leicht umformen in

$$dA = \int (\varepsilon_x d\sigma_x + \varepsilon_y d\sigma_y + \varepsilon_z d\sigma_z + \gamma_x d\tau_x + \gamma_y d\tau_y + \gamma_z d\tau_z)\,dV.$$

Nun folgt, wegen Gleich. 3

$$dA = dA_v,$$

so dass sich für den Zustand $t = o$ nach Gleich. 5 der Satz ergiebt:

---

*) Wir bedienen uns der Bezeichnungen Grasshof's.

**) Aus dieser Gleichung lassen sich auch die von Maxwell und Mohr für das Fachwerk entwickelten Formeln als besondere Fälle ableiten. Man hat nur nöthig, Gleichung 1 zu differentiiren. Ein besonderer Fall dieser Gleichung findet sich bereits bei Lamé (*Leçons sur l'élasticité des corps solides*, Paris 1852, Seite 87) in der Form $R\delta = \Sigma S\Delta s$, wobei angenommen ist, dass eine Kraft R auf einen in genügend vielen festen Punkten gestützten Körper wirkt und dieser Körper sich in Prismen von der Länge s, mit den Querschnitten F, welche durch Achsialkräfte S in der Richtung s beansprucht werden, zerlegt werden kann. $\Delta s = \frac{S s}{EF}$ ist die Dehnung von S. $E =$ Elasticitätsmodul.

9) $\delta_m = \frac{\partial A}{\partial R_m}$ (Satz von Castigliano).

Für einen beliebigen Temperaturzustand hat man A noch um die den Verschiebungen $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = at$ entsprechende virtuelle innere Arbeit zu vermehren. Es folgt bei mit seinem Endwerthe constant anzunehmenden, jedoch in Bezug auf die Coordinaten x, y, z im Allgemeinen veränderlichen t:

10) $$\delta_m = \frac{\partial [A + \int (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\, at dV]}{\partial R_m}$$ (Satz des Verfassers)*)

Die aus wirklicher und virtueller Formänderungsarbeit zusammengesetzte Arbeit

$$A_i = A + \int (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\, at dV$$

nennen wir die ideelle Formänderungsarbeit; sie ergiebt sich nach der Ausführung des Integrales $\int dA$ (siehe Gleich. 8):

11) $$A_i = \frac{1}{2E}\int \left[\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \frac{2}{m}(\sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x + \sigma_x\sigma_y)\right] dV + \frac{1}{2G}\int [\tau_x^2 + \tau_y^2 + \tau_z^2]\, dV + \int (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\, at dV,$$

und es lassen sich die Sätze aussprechen:

I. Die Verschiebung δ des Angriffspunktes irgend einer äusseren Kraft R im Sinne von R ist

12) $$\delta = \frac{\partial A_v}{\partial R} = \frac{\partial A_i}{\partial R}.$$

II. Einem statisch nicht bestimmbaren Stützenwiderstande X, angreifend an einem im Sinne von X um δ_x sich verschiebenden Stützpunkte, entspricht:

13) $$\delta_x = \frac{\partial A_v}{\partial X} = \frac{\partial A_i}{\partial X}.$$

III. Statisch nicht bestimmbare innere Kräfte Y müssen der Bedingung

14) $$0 = \frac{\partial A_v}{\partial Y} = \frac{\partial A_i}{\partial Y}$$

entsprechen.

Gleichung 14 kann man auch durch die Forderung ersetzen

A_v = minimum oder A_i = minimum,

so dass man sagen darf:

Die $\frac{\text{virtuelle}}{\text{ideelle}}$ Formänderungsarbeit eines festen Körpers, auf welchen irgend welche äussere, für sich im Gleichgewichte befindliche Kräfte R wirken, ist ein Kleinstes, sobald sämmtliche Punkte des Körpers verschwindend kleine Verrückungen erfahren.

Hervorzuheben ist noch, dass es in jedem Falle vollständig freisteht, von der virtuellen oder von der ideellen Formänderungsarbeit auszugehen und dass bei Differentiation der virtuellen Arbeit die ε_x, ε_y, ε_z, γ_x, γ_y, γ_z als constante Endwerthe anzusehen sind.

Soll z. B. der Satz von der Abgeleiteten der virtuellen Arbeit angewendet werden, um die Verschiebung δ_m des Angriffspunktes von R_m im Sinne von R_m zu berechnen, so müssen die Spannungen σ und τ auf die (im Allgemeinen nur bei verschwindend kleinen Verrückungen mögliche) Form

$$\sigma_x = \sigma_x' + \sigma_x'' R_m, \quad \tau_x = \tau_x' + \tau_x'' R_m$$
$$\sigma_y = \sigma_y' + \sigma_y'' R_m, \quad \tau_y = \tau_y' + \tau_y'' R_m$$
$$\sigma_z = \sigma_z' + \sigma_z'' R_m, \quad \tau_z = \tau_z' + \tau_z'' R_m$$

gebracht werden, unter σ' und τ' diejenigen Spannungen verstanden, welche im Falle $R_m = 0$ entstehen, während σ'' und τ'' diejenigen Spannungen sind, welche durch $R_m = 1$ und die durch diese Kraft erzeugten statisch bestimmten Stützenwiderstände (bei deren Ermittelung etwaige Gleitflächen als vollkommen glatt anzusehen sind) hervorgebracht werden. Es folgt dann:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial R_m} = \sigma_x'', \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial R_m} = \sigma_y'', \quad \frac{\partial \sigma_z}{\partial R_m} = \sigma_z'',$$
$$\frac{\partial \tau_x}{\partial R_m} = \tau_x'', \quad \frac{\partial \tau_y}{\partial R_m} = \tau_y'', \quad \frac{\partial \tau_z}{\partial R_m} = \tau_z'',$$

und die Gleichung 5 liefert das Ergebniss:

$$\delta_m = \int (\varepsilon_x\sigma_x'' + \varepsilon_y\sigma_y'' + \varepsilon_z\sigma_z'' + \gamma_x\tau_x'' + \gamma_y\tau_y'' + \gamma_z\tau_z'')\, dV,$$

woraus insbesondere für den isotropen, festen Körper nach Einsetzen der durch die Gleichungen 7 gegebenen Dehnungen und Schiebungen die wichtige Beziehung folgt:

15) $$\delta_m = \frac{1}{E}\int \left\{\sigma_x\sigma_x'' + \sigma_y\sigma_y'' + \sigma_z\sigma_z'' - \frac{1}{m}\left[(\sigma_y + \sigma_z)\sigma_x'' + (\sigma_z + \sigma_x)\sigma_y'' + (\sigma_x + \sigma_y)\sigma_z''\right]\right\} dV + \frac{1}{G}\int (\tau_x\tau_x'' + \tau_y\tau_y'' + \tau_z\tau_z'')\, dV + \int (\sigma_x'' + \sigma_y'' + \sigma_z'')\, at dV.$$

Genau zu derselben Gleichung führt der Satz:

$$\delta_m = \frac{\partial A_i}{\partial R_m}$$

sobald unter dem Integralzeichen nach R_m differentiirt wird.

(Schluss folgt.)

*) Vergl. Zeitschrift des Arch.- und Ing.-Ver. z. Hannover, 1884, Seite 211.

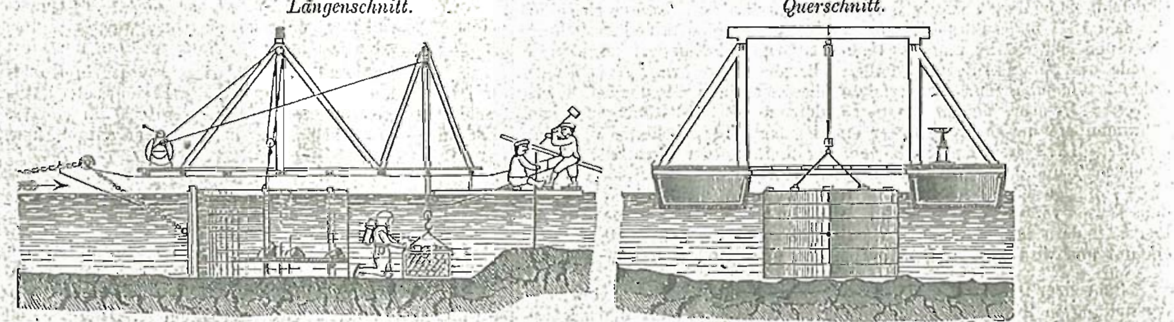
Felssprengungen in der Mosel.

Etwa 3 km oberhalb Coblenz bei dem Orte Moselweiss durchsetzt ein mächtiges Felsenriff die Mosel und bildet hier eine gefürchtete Stromschnelle, welche den Moselschiffern unter dem Namen „In der weisser Layen" bekannt ist und schon viele Opfer an Schiffsgut und Menschenleben gefordert hat.

Schon seit langen Jahren ist die Wasserbauverwaltung der Mosel bemüht gewesen, diese Stromschnelle für die Schiffe passirbar zu machen. Schon im Handbuch der Wasserbaukunst von Hagen 1844 wird in dem Capital über Zweck der Stromregulirung diese Stromschnelle erwähnt, und als Beispiel einer besonderen Regulirungsmethode an der Mosel, die Untiefen durch unterhalb derselben angelegte Correctionswerke zu überstauen, angeführt.

Construction des Gerüstes.

Längenschnitt. *Querschnitt.*



Maassstab 1 : 266⅔.

Trotz dieser Correction befindet sich noch jetzt an dieser Stelle ein relatives Gefälle von 1 : 300 vor, und treten bei sehr niedrigem Wasserstande sogar einzelne Felsköpfe in der bis auf 45 m eingeschränkten Fahrrinne aus dem Wasser hervor.

Um dieses starke, für die Schifffahrt höchst ungünstige Gewobei darauf gehalten wird, dass der Strom bei eintretendem Hochwasser noch seine Hauptkraft dem alten Lauf zuwendet, damit er seine Kiesmassen dorthin bewegen und absetzen kann. Traversen zum Zweck der Beförderung der Verlandung haben sich als unwirksam, ja schädlich erwiesen, es genügt die gegenüber dem Durchstich im längeren alten Arm verminderte Geschwindigkeit, um die Geschiebe daselbst zur Ablagerung zu bringen. Ein Hochwasser von 5 Tagen Dauer hat beispielsweise genügt, um 50 000 cbm Kies durch eine einzige Verlandungsöffnung hindurch zu transportiren und festzulegen. Durch eine solche Ablagerung verstopft der Strom sich selber den alten Arm und wendet dann seine ganze Kraft der Ausbildung der neuen ihm vorgezeichneten Stromrinne zu. Durch geschickte Manipulationen gelingt es mit äusserst geringen Kosten ganz nach Wunsch und Belieben hier Verlandung dort Abbruch zu erzeugen und so allmälig den Strom in sein neues dem allgemeinen Correctionssystem entsprechendes Bett zu zwingen. Aeusserst interessant ist das Studium der Kiesbewegung und Ablagerung. Die Annahme des einfachen Weiterrollens der einzelnen Kiesel kann schwerlich die Bewegung so grosser Massen in verhältnissmässig kurzer Zeit erklären, auch beweist die lagerförmige und scharf abgesetzte Auflagerung der Kiesmassen jedes einzelnen Hochwassers, dass die Kiesbewegung etwa in der Weise vor sich geht, dass die Kiesmasse auf der Flusssohle in eine gleichsam breiartige Masse umgewandelt und dann mit der Strömung im Ganzen fortgeschoben wird, wobei nicht ausgeschlossen ist, dass die einzelnen Kiesel rollende Bewegung annehmen.

Die Ufersicherung wird zunächst durch „Senkwellen" bewirkt, wie sie auch bei den Correctionen der Donau verwendet werden. Rutschen dieselben bei weiterer Vertiefung des Bettes nach, so werden neue von oben her eingebracht, bis der beabsichtigte Beharrungszustand der Flusssohle erreicht ist. Alsdann wird ein Steinwurf und ein Pflaster bis etwa zur Vegetationsgrenze, die dem Mittelwasser entspricht ausgeführt und die oberhalb belegene Uferböschung mit Rasenbelag befestigt, nachdem sich die sonst üblichen Sprutlagen als nicht dauerhaft genug erwiesen haben, indem sie meist nach einigen Jahren absterben.

Von den drei industriellen Zwecken dienenden Wehren, welche sich in der Iller befinden, verdient das unterste, welches dazu dient, einem Fabriketablissement eine Betriebskraft von ca. 500 Pferdekräften zu schaffen, besondere Erwähnung. Dasselbe besitzt in drei Oeffnungen eine Gesammtlichtweite von 50 m. Die mittelste Oeffnung mit geneigtem Abfallboden dient als Flossrinne während die beiden Seitenöffnungen als Stufenwehre ausgebaut sind und mit der zunehmenden Auskolkung und Sohlenvertiefung im Unterwasser verlängert werden. Das Wehr vermittelt eine Wasserdifferenz von ca. 4 m bei Mittelwasser und besitzt jetzt 7 nach einander hergestellte Stufen mit je einer selbständigen durchgehenden Spundwand. Die Landpfeiler sind, nachdem mehrmals Durchbrüche und Zerstörungen erfolgt sind, in solidester Weise in Betonmauerwerk mit Quaderverblendung vollständig hochwasserfrei hergestellt worden.

Eigentliche Schifffahrt wird auf der Iller nicht betrieben, sondern nur Holzflösserei, wie denn auch die Correctionen nicht dem Schifffahrts-, sondern lediglich dem Landesmeliorationsinteresse dienen. Zur Charakterisirung des Flusses sei nebenbei bemerkt, dass gelegentlich einer Bereisung bei Mittelwasser mittelst eines Handkahnes derselbe das Kilometer in 5 Minuten zurücklegte, also eine Geschwindigkeit von mehr als 3 m per Secunde besass und dass derselbe ferner anstandslos mit seinen Insassen über das 4 m hohe allerdings voll überströmte stufenförmige Wehr hinunterfuhr.

Es wäre sehr zu wünschen, dass über die neuesten Arbeiten an der Iller recht bald amtliche Publicationen in thunlichster Vollständigkeit erfolgen möchten.

Bedingungsgleichungen für statisch unbestimmte Körper. Berechnung der Formänderungen.

Von Heinr. Müller-Breslau, Docent an der technischen Hochschule zu Hannover.

(Schluss aus No. 73.)

§ 3. **Arbeitsminima.** Der Verfasser hat bereits früher betont (vergl. den vorigen Jahrgang dieser Zeitschrift, Seite 274), dass man auch der Aufgabe der Berechnung statisch unbestimmter äusserer Kräfte die Form einer Minimumbestimmung zu geben vermag, indem man die Angriffspunkte m dieser bedingten äusseren Kräfte X durch in die Richtung derselben fallende Stäbe mit ausserhalb des Körpers gelegenen festen Punkten verbindet, die ideelle Formveränderungsarbeit des um diese Stäbe vermehrten Körpers zu einem Minimum macht und schliesslich den hinzugefügten, durch Achsialkräfte X beanspruchten Stäben solche Eigenschaften beilegt, dass ihre Längenänderungen die an die Bewegung der Punkte m gestellten Bedingungen erfüllen. Man gelangt zu dem auch aus Gleichung 2 erhältlichen Ergebniss:

$$A_i - \Sigma X\delta = \text{minum}, \tag{16}$$

unter $\Sigma X\delta$ die virtuelle Arbeit der Kräfte X verstanden.*) Dafür kann auch

$$A_v - \Sigma X\delta = \text{minim.}$$

geschrieben werden, so dass man sagen kann:

> Für jeden festen Körper, dessen Punkte nur verschwindend kleine Verrückungen erfahren, und an welchem beliebige, für sich im Gleichgewichte befindliche äussere Kräfte angreifen, ist der Unterschied der virtuellen Arbeiten der inneren und der statisch unbestimmten äusseren Kräfte ein Kleinstes.

Dabei ist als statisch unbestimmt jede äussere Kraft zu bezeichnen, deren Angriffspunkt im Sinne dieser Kraft eine bestimmte Verrückung erfahren soll. Jede andere äussere Kraft ist als gegebene äussere Kraft einzuführen, wenn sie auch nachträglich, d. h. nach Ausführung der Differentiation von $A_v - \Sigma X\delta$ bezieh. $A_i - \Sigma X\delta$ gewissen Bedingungen unterworfen werden kann.*)

Um beiläufig die Uebereinstimmung der Gleichung 16, welche nichts weiter ist als eine andere Form des vom Verfasser a. a. O. entwickelten Satzes $\delta = \frac{\partial A_i}{\partial R}$, mit der von Prof. Weyrauch in No. 57 des vorliegenden Jahrgangs dieser Zeitschrift für den isotropen, festen Körper gegebenen nachzuweisen, brauchen wir nur den Körper derart in parallelepipedische Elemente zu zerlegen, dass in den Seitenflächen von dV Hauptspannungen A, B, C wirken. In den für A_i durch Gl. 11 gegebenen Ausdruck ist dann zu setzen: $\sigma_x = A$, $\sigma_y = B$, $\sigma_z = C$, $\tau_x = \tau_y = \tau_z = o$, $A^2 + B^2 + C^2 = \Psi$ und $A + B + C = \Omega$, während ausserdem einzuführen ist:

$$E = \frac{2}{m+1} G \text{ und } a = \frac{m-2}{2(m+1)} \frac{J}{G} \text{**)}$$

---

*) So kann man nach Feststellung des Spannungs- und Formänderungszustandes einer in irgend einem Punkte m angreifenden Kraft die Bedingung auferlegen, eine bestimmte Verrückung irgend eines anderen Punktes m_1 zu bewirken; man kann fordern, dass zwei an einem und demselben Punkte angreifende Kräfte zu einander in einem bestimmten Verhältnisse stehen (Reibungswiderstand und Normaldruck); man kann auch äussere Kräfte von den als Functionen der äusseren Kräfte dargestellten inneren Kräften abhängig machen (Reibung in den Gelenken der Fachwerkstäbe) u. s. w. Wie man leicht übersieht, darf man, von der Gleichung 16 ganz absehend, auch sagen:

Der Satz $A_v = \text{minim.}$ oder $A_i = \text{minim.}$ dient zur Feststellung des Spannungszustandes und der Satz $\delta = \frac{\partial A_v}{\partial R} = \frac{\partial A_i}{\partial R}$ zur Bestimmung der Gestalt des Körpers nach vollzogener Formänderung. Diese beiden Sätze genügen vollständig, um die in Rede stehenden Aufgaben zu lösen, indem zuerst alle äusseren Kräfte als gegeben angesehen werden können, nöthigenfalls würde sogar der Satz $\delta = \frac{\partial A_v}{\partial R} = \frac{\partial A_i}{\partial R}$ ausreichen.

**) In dem Aufsatze von Prof. Weyrauch ist vergessen worden, anzugeben, dass der in dem Ausdrucke für p vorkommende Werth $J = \frac{2a(m+1)}{m-2} G$ ist. Ferner

Es geht Gleichung 16 über in:

$$\frac{1}{4G}\int\left[\Psi+2\,\Omega\frac{m-2}{m+1}Jt-\frac{\Omega^2}{m+1}\right]dV-\Sigma X\delta=\text{minim.}$$

welche mit Gleichung 8 des Aufsatzes von Prof. Weyrauch übereinstimmt.

§. 4. Anwendungen. Zum Schluss möge noch die Anwendung der mitgetheilten Gesetze auf die Lösung einer besonders häufig vorliegenden Aufgabe angedeutet werden.

Es handele sich um die Berechnung eines statisch unbestimmten Trägers, welcher theils fachwerkartig, theils vollwandig ausgeführt ist. Der vollwandige Theil sei in irgend einem Querschnitte durch ein Moment M und eine achsiale Kraft N beansprucht, und es mögen die Normalspannungen in diesem Querschnitte nach der bekannten Formel

$$\sigma=\frac{M\eta}{J}+\frac{N}{F}$$

berechnet werden dürfen, wobei η = Abstand des mit der Spannung σ behafteten Querschnittselementes von der normal zur vertical gedachten Kraftebene gelegenen Querschnittsschweraxe, J = Trägheitsmoment des Querschnitts, bezogen auf diese Axe, F = Inhalt des Querschnitts.

Die positiven η zählen nach unten und die M seien positiv, wenn sie in der unteren Querschnittshälfte Zugspannungen erzeugen.

N sei als Zug positiv. Die Höhe des Querschnittes F sei $= h$ und es habe η die Grenzwerthe: $\eta=+e_1$ und $\eta=-e_2$. Die Temperaturänderung t sei bezüglich η vom ersten Grade und durch die Gleichung

$$18)\qquad t=t_1\frac{e_2}{h}+t_2\frac{e_1}{h}+(t_1-t_2)\frac{\eta}{h}$$

gegeben, sie betrage also t_1 für $\eta=+e_1$ (für die unterste Faser) und t_2 für $\eta=-e_2$ (für die oberste Faser). Für einen Fachwerkstab bedeute S die Spannkraft, s die Länge, F^1 den Querschnitt, und es sei t für alle Punkte eines und desselben Stabes constant. Dann ist, wenn nach der zweiten der mitgetheilten Methoden verfahren werden soll, zu setzen:

$$19)\qquad A_i=\int\frac{M^2ds}{2EJ}+\int\frac{N^2ds}{2EF}+\sum\frac{S^2s}{2EF^1}+\int\frac{M}{h}\alpha(t_1-t_2)ds$$
$$+\int N\alpha\left(t_1\frac{e_2}{h}+t_2\frac{e_1}{h}\right)ds+\Sigma S\alpha ts$$

und es folgt zur Berechnung eines statisch nicht bestimmbaren Stützenwiderstandes X, welcher an einem im Sinne von X um δ_x verschieblichen Stützpunkte angreift, die Bedingung:

$$20)\qquad \delta_x=\frac{\partial A_i}{\partial X}=\int\left[\frac{M}{EJ}+\alpha\frac{t_1-t_2}{h}\right]\frac{\partial M}{\partial X}ds+\int\left[\frac{N}{EF}+\alpha\left(t_1\frac{e_2}{h}+t_2\frac{e_1}{h}\right)\right]\frac{\partial N}{\partial X}ds$$
$$+\sum\left(\frac{S}{EF^1}+\alpha t\right)s\frac{\partial S}{\partial X}.\text{*)}$$

Für die Spannkraft Z in einem überzähligen Stabe folgt $A_i=$ minim., also $\frac{\partial A_i}{\partial Z}=0$, d. h.

$$21)\qquad \int\left[\frac{M}{EJ}+\alpha\frac{t_1-t_2}{h}\right]\frac{\partial M}{\partial Z}ds+\int\left[\frac{N}{EF}+\alpha\left(t_1\frac{e_2}{h}+t_2\frac{e_1}{h}\right)\right]\frac{\partial N}{\partial Z}ds$$
$$+\sum\left(\frac{S}{EF^1}+\alpha t\right)s\frac{\partial S}{\partial Z}=0.$$

Wenn sich der Träger mit dem vollwandigen Theile gegen ein Widerlager stützt und wenn daselbst eine Einspannung stattfindet, so kann es nöthig werden, für dieses Auflager ein Pfeilermoment M_0 (auch Einspannungsmoment genannt) zu berechnen. Dazu dient die Gleichung

$$22)\qquad \Delta\varphi_0=\frac{\partial A_i}{\partial M_0},$$

*) Für das Fachwerk geht Gl. 11 über in $\delta_x=\Sigma\left(\frac{S}{EF}+\alpha t\right)s\frac{\partial S}{\partial X}$, welche Formel den von Melan in der Wochenschr. des österr. Arch. u. Ing.-Ver. 1883 bewiesenen Satz $\Sigma\left(\frac{S}{EF}+\alpha t\right)s\frac{\partial S}{\partial X}=0$ als besonderen Fall einschliesst. Ganz beiläufig erwähne ich noch, dass ich die Formel für δ_x bereits auf Seite 275 des vorig. Jahrg. der vorlieg. Zeitschr. mitgetheilt habe.

unter $\Delta\varphi_0$ die durch die Nachgiebigkeit des Widerlagers etwa bedingte Rechtsdrehung der Tangente TT (Figur 1) verstanden;

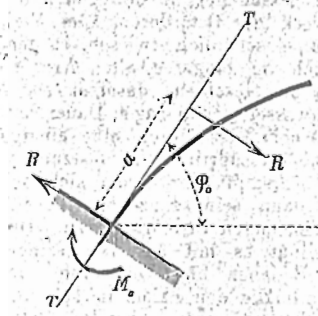


Fig. 1.

denn man kann setzen: $M_0=Ra$, wobei $R\perp TT$ und a beliebig und findet für die Verschiebung $a:\Delta\varphi_0$ des Angriffspunktes von R nach Gl. 5 den Werth $a.\Delta\varphi_0=\frac{\partial A_i}{\partial R}$ und hieraus $\Delta\varphi_0=\frac{\partial A_i}{\partial(Ra)}=\frac{\partial A_i}{\partial M_0}$.**)

Die bezügliche Gleichung lautet:

$$23)\qquad \Delta\varphi_0=\int\left[\frac{M}{EJ}+\alpha\frac{t_1-t_2}{h}\right]\frac{\partial M}{\partial M_0}ds+\int\left[\frac{N}{EF}+\alpha\left(t_1\frac{e_2}{h}+t_2\frac{e_1}{h}\right)\right]\frac{\partial N}{\partial M_0}ds$$
$$+\sum\left(\frac{S}{EF^1}+\alpha t\right)s\frac{\partial S}{\partial M_0}$$

Bringt man nun M, N und S auf die Form

$$M=M'+C_1\ X+C_2\ Z+C_3\ M_0+\ldots.$$
$$N=N'+C_1'\ X+C_2'\ Z+C_3'\ M_0+\ldots.$$
$$S=S'+C_1''X+C_2''Z+C_3''M_0+\ldots.$$

wobei die Werthe M', N', S', C_1, C'_1, C''_1 u. s. w. von den statisch nicht bestimmbaren Grössen X, Z, M_0 .... unabhängig sind, so erhält man

$$\frac{\partial M}{\partial X}=C_1\quad,\quad\frac{\partial N}{\partial X}=C'_1\ldots\ldots$$
$$\frac{\partial M}{\partial Z}=C_2\quad,\quad\frac{\partial N}{\partial Z}=C'_2\ldots.$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

und kann nun die Gleichungen 20 bis 23 auflösen. Bei einem n-fach statisch unbestimmten Träger sind n solcher Gleichungen aufzustellen, und es sei noch besonders hervorgehoben, dass, je nach der Form, in welcher man die Werthe M, N und S darstellt, die statisch nicht bestimmbaren Grössen nicht nur Kräfte und Momente, sondern auch Strecken, z. B. unbekannte Hebelarme von Auflagerkräften u. s. w. vorstellen können. Der Verfasser wird an anderer Stelle hierauf ganz besonders eingehen.

Ist ausserdem noch für den vorliegenden Fall die Aufgabe gestellt, die Verrückung δ_m des Angriffspunktes einer Kraft P_m (welche auch nachträglich = Null gesetzt werden darf, sobald es sich um die Verschiebung eines Punktes handelt, an welchem keine äussere Kraft angreift) nach der ersten der vorgetragenen Methoden zu berechnen, so führt die Gleichung 15 zu folgendem Ergebniss:

Man stelle diejenigen Werthe M'', N'' und S'' fest, welche M, N und S annehmen, sobald auf den Träger nur die Last $P_m=1$, sowie die durch diese Last hervorgerufenen statisch bestimmbaren Stützenwiderstände wirken (wobei keinerlei Reibungswiderstände an etwaigen Gleitlagern anzunehmen sind) und setze:

$$24)\qquad \delta_m=\int\left[\frac{M}{EJ}+\alpha\frac{t_1-t_2}{h}\right]M''ds+\int\left[\frac{N}{EF}+\alpha\left(t_1\frac{e_2}{h}+t_2\frac{e_1}{h}\right)\right]N''ds$$
$$+\sum\left(\frac{S}{EF^1}+\alpha t\right)S''s.$$

Beispiel für die Anwendung der Gleich. 20. Ein horizontaler Balken von der Höhe h liege auf 3 gleich weit von

**) Das hier zur Ermittelung von $\Delta\varphi_0$ benutzte Verfahren gestattet ganz allgemein, die Drehung einer durch irgend einen Punkt des Körpers gedachten Geraden festzustellen; beispielsweise den Neigungswinkel der Tangente an die elastische Linie eines Balkens zu berechnen.

einander entfernten Stutzen, die Mittelstütze sei um δ gehoben. Die Anfangstemperatur habe sich für die unterste Faser um t_1 und für die oberste Faser um t_2 geändert. Gesucht der Widerstand C der Mittelstütze, für den Fall, dass der Balken gleichmässig mit p für die Längeneinheit belastet ist. Ist die Länge des Balkens $= 2l$, so folgt für $x < l$ bei constantem E, J und h:

$$M = \frac{px(2l-x)}{2} - \frac{C}{2}x, \quad N = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial C} = -\frac{X}{2}$$

$$\delta = \frac{\partial A_i}{\partial C} = 2\int_0^l \left[\frac{M}{EJ} + a\frac{t_1 - t_2}{h}\right]\frac{\partial M}{\partial C}dx = \frac{-2}{EJ}\int_0^l \left[M + a\frac{t_1 - t_2}{h}EJ\right]\frac{x}{2}dx$$

$$= \frac{1}{EJ}\left[\frac{Cl^3}{6} - \frac{5pl^4}{24} - a\frac{t_1 - t_2}{h}EJ\frac{l^2}{2}\right],$$

und hieraus ergiebt sich:

$$C = \frac{5pl}{4} + \frac{6EJ\delta}{l^3} + 3a(t_1 - t_2)\frac{EJ}{hl}.$$

Beispiel für die Anwendung der Gleich. 24. Ein Bogenträger (Fig. 2) mit in derselben Horizontale gelegenen Kämpfergelenken

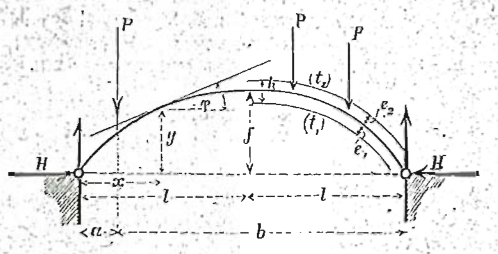


Fig. 2.

sei durch verticale Kräfte belastet. Gesucht der Horizontalschub H. Durch Ausweichen der Widerlager vergrössere sich die Stützweite $2l$ um $\Delta 2l$. Die Verschiebung Δl ist entgegengesetzt H, mithin ist in Gleich. 24 zu setzen: $\delta_m = -\Delta 2l$. Die durch $H = 1$ erzeugten Momente und Normalkräfte (letztere als Züge positiv) sind:

$$M'' = -1.y \qquad \text{und} \qquad N'' = -1.\cos\varphi,$$

so dass sich ergiebt

$$-\Delta 2l = -\int\left[\frac{M}{EJ} + a\frac{t_1 - t_2}{h}\right]yds - \int\left[\frac{N}{EF} + a\left(t_1\frac{e_2}{h} + t_2\frac{e_1}{h}\right)\right]dx.$$

Das von N abhängige Glied ist nur für sehr flache Bögen wichtig. Setzen wir einen solchen voraus, so darf $N = -H$ gesetzt werden, und es folgt, wenn $J' = J\frac{dx}{ds} = J\cos\varphi$ constant angenommen wird, desgl. E und F (was im Brückenbau und Hochbau bekanntlich immer zulässig ist) und wenn man setzt:

$$M = M' - Hy,$$

unter M' das Biegungsmoment für einen einfachen Balken verstanden,

$$-\Delta 2l = -\frac{1}{EJ}\int M'ydx + \frac{H}{EJ}\int y^2dx - a\frac{t_1 - t_2}{h}\int yds + \frac{H}{EF}2l - a\left(t_1\frac{e_2}{h} + t_2\frac{e_1}{h}\right)2l,$$

und hieraus folgt:

$$H = \frac{\int M'ydx + EJ'\left[a\frac{t_1 - t_2}{h}\int yds + a\left(t_1\frac{e_2}{h} + t_2\frac{e_1}{h}\right)2l - \Delta 2l\right]}{\int y^2dx + \frac{2J'l}{F}}.$$

Bezeichnen wir den für den Zustand $t = 0$ und $\Delta 2l = 0$ und unter Vernachlässigung der N sich ergebenden Horizontalschub mit H_a, so folgt:

$$H_a = \frac{\int M'ydx}{\int y^2dx} \quad \text{und}$$

$$H = \frac{H_a}{1 + 2\frac{J'}{F}\cdot\frac{l}{\int y^2dx}} + \frac{EJ'\left[a\frac{t_1 - t_2}{h}\int yds + a\left(t_1\frac{e_2}{h} + t_2\frac{e_1}{h}\right)2l - \Delta 2l\right]}{\int y^2dx + 2\frac{J'l}{F}}.$$

Für einen Parabelbogen erhält man bekanntlich (vergl. d. Verfassers Theorie und Berechnung der eisernen Bogenbrücken) hinreichend genau

$$H_a = \frac{3\Sigma Pab}{8fl}, \text{ wo } f = \text{Pfeil der Parabel,}$$

so dass, mit $y = f\frac{x(2l-x)}{l^2}$ und wenn $\int yds = \int ydx = \frac{4}{3}fl$ gesetzt wird, die Gleichung entsteht:

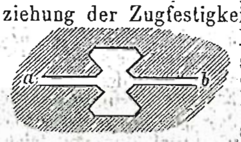
$$H = \frac{3\Sigma Pab}{8fl\left[1 + \frac{15}{8}\frac{J'}{Ff^2}\right]} + \frac{15EJ'\left[2al\left(\frac{t_1 - t_2}{h}\cdot\frac{2f}{3} + t_1\frac{e_2}{h} + t_2\frac{e_1}{h}\right) - \Delta 2l\right]}{16f^2l\left[1 + \frac{15}{8}\cdot\frac{J'}{Ff^2}\right]}.$$

Normen-Aenderung für Prüfung von Portland-Cement und Zulässigkeit der Schlackenverwerthung.

Der Verein deutscher Cementfabrikanten wünscht die Prüfungsnormen dahin abzuändern, dass für die Güte eines hydraulischen Bindemittels nur die **Druckprobe** maassgebend sein, während die Zugprobe nur noch als Qualitätsprobe für die Gleichmässigkeit gelten soll.

Hierauf möchte vom bautechnischen Standpunkte zu erwidern sein, dass es durchaus nicht vorherrschend die hohe Druckfestigkeit ist, welche uns bei einem Mörtelmaterial in erster Reihe interessirt. Wir rechnen in der täglichen Baupraxis mit derart geringem Druck, dass es einer sehr ansehnlichen Multiplication bedarf, um an die über Druckfestigkeit bekannten Zahlen für Portland-Cement heranzukommen. So würde z. B. der meist belastete Querschnitt eines 60 m hohen Fabrikschornsteins nur 5,6 kg pro Cubikcentimeter zu tragen haben. Kann es uns nun nicht völlig gleich sein, ob der verwendete Mörtel 90 oder 120 kg theoretische Druckfestigkeit hat, zumal es sehr wahrscheinlich ist, dass in Wirklichkeit die thatsächlichen Zahlen für Druck wesentlich höhere, als die theoretischen sind. Ist die Bauconstruction derart, dass die volle Mörtelfestigkeit bei üblicher Sicherheit erreicht wird, so kann allemal angenommen werden, dass die Construction eine leichtsinnige ist. Wer legt z. B. ein stark belastetes Trägerende direct auf Mauerwerk, ohne durch eine Unterlagsplatte den Druck gleichmässig zu vertheilen. Wir sind der Ansicht, dass die heute von den Fabrikanten gebotene Druckfestigkeit für unsern Zweck allermeist genügt und können darauf verzichten, unsere diesbezüglichen Ansprüche noch höher zu schrauben.

Uns selbst dürften wir aber die Aufgabe stellen, die vornehmste Eigenschaft der Cementmörtel, die **Zugfestigkeit**, wie für die Concretconstructionen, auch für den Backsteinbau auszunutzen, was zuweilen recht gut geht. Um z. B. die sehr geringe Adhäsion von zwei mit 3 Sand-Cementmörtel vermauerten Backsteine $= 300$ qcm $\times$ 0,5 kg $=$ 150 kg durch Zuziehung der Zugfestigkeit zu vergrössern, braucht man nur die Lagerflächen mit 2 resp. 4 schwalbenschwanzförmigen, sich genau deckenden, 2 cm weiten Längs- resp. Querfugen zu versehen, wie in nebenstehender Skizze angedeutet ist.



Es wirkt dann in der Trennungsfläche ab von

2. 25. 2 $=$ 100 qcm die Zugfestigkeit von 100 $\times$ 16 kg $=$ 1600 kg.

Die Trennungskraft ist somit **verelffacht**.

Die Construction kann in Folge der Ausnutzung der Mörtelzugfestigkeit geringer dimensionirt und billiger hergestellt werden.

Unsere Wünsche an die Cementfabrikanten würden dahin gerichtet werden müssen, dass uns neben dem durch seine hohe Druckfestigkeit hervorragenden Portland-Cemente auch solche Cemente geboten würden, die in Betreff der Adhäsion, Abbindezeit, Ausgiebigkeit und Billigkeit grössere Vortheile bieten und könnten wir, wenn es nicht anders sein kann, uns bereit erklären, als Aequivalent einen Theil der Druckfestigkeit aufzugeben. So sehr wir auch der Druckprobe neben der Zugfestigkeitsprobe vom wissenschaftlichen Standpunkt eine Berechtigung